

ISSN 2224-5227

2015 • 1

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
БАЯНДАМАЛАРЫ

ДОКЛАДЫ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

REPORTS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ЖУРНАЛ 1944 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ С 1944 г.
PUBLISHED SINCE 1944



Бас редактор
ҚР ҰҒА академигі **М.Ж. Жұрынов**

Редакция алқасы:

хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әдекенов С.М.** (бас редактордың орынбасары), эк.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әділов Ж.М.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Арзықұлов Ж.А.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Бишімбаев У.К.**, а.-ш.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Есполов Т.И.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұтанов Г.М.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**, пед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Пралиев С.Ж.**, геогр.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Северский И.В.**; тарих.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Сыдықов Е.Б.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбүсейітова М.Х.**, экон. ғ. докторы, проф., ҰҒА корр. мүшесі **Бейсембетов И.К.**, биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жамбакин К.Ж.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Кәрібаев Б.Б.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Локшин В.Н.**, геол.-мин. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірсеріков М.Ш.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Садыбеков М.А.**, хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Сатаев М.И.**; а.-ш.ғ. докторы, проф. **Омбаев А.М.**

Редакция кеңесі:

Украинаның ҰҒА академигі **Гончарук В.В.** (Украина), Украинаның ҰҒА академигі **Неклюдов И.М.** (Украина), Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **Гордиенко А.И.** (Беларусь), Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Дука Г.** (Молдова), Тәжікстан Республикасының ҰҒА академигі **Илолов М.И.** (Тәжікстан), Қырғыз Республикасының ҰҒА академигі **Эркебаев А.Э.** (Қырғызстан), Ресей ҒА корр. мүшесі **Величкин В.И.** (Ресей Федерациясы); хим.ғ. докторы, профессор **Марек Сикорски** (Польша), тех.ғ. докторы, профессор **Потапов В.А.** (Украина), биол.ғ. докторы, профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КХР), филос. ғ. докторы, профессор **Стефано Перни** (Ұлыбритания), ғ. докторы, профессор **Богуслава Леска** (Польша), философия ғ. докторы, профессор **Полина Прокопович** (Ұлыбритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **Нараев В.Н.** (Ресей Федерациясы)

Главный редактор
академик НАН РК **М.Ж. Журинов**

Редакционная коллегия:

доктор хим. наук, проф., академик НАН РК **С.М. Адекенов** (заместитель главного редактора), доктор экон. наук, проф., академик НАН РК **Ж.М. Адилов**, доктор мед. наук, проф., академик НАН РК **Ж.А. Арзыкулов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **В.К. Бишимбаев**, доктор сельскохозяйств. наук, проф., академик НАН РК **Т.И. Есполов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Г.М. Мутанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**, доктор пед. наук, проф., академик НАН РК **С.Ж. Пралиев**, доктор геогр. наук, проф., академик НАН РК **И.В. Северский**; доктор ист. наук, проф., академик НАН РК **Е.Б. Сыдыков**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Х. Абусейтова**, доктор экон. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **И.К. Бейсембетов**, доктор биол. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **К.Ж. Жамбакин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Б.Б. Каримаев**, доктор мед. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Локшин**, доктор геол.-мин. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Ш. Омирсериков**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.А. Садыбеков**, доктор хим. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.И. Сатаев**, доктор сельскохозяйств. наук, проф., **А.М. Омбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **Гончарук В.В.** (Украина), академик НАН Украины **И.М. Неклюдов** (Украина), академик НАН Республики Беларусь **А.И.Гордиенко** (Беларусь), академик НАН Республики Молдова **Г. Дука** (Молдова), академик НАН Республики Таджикистан **М.И. Илолов** (Таджикистан), член-корреспондент РАН **Величкин В.И.** (Россия); академик НАН Кыргызской Республики **А.Э. Эркебаев** (Кыргызстан), д.х.н., профессор **Марек Сикорски** (Польша), д.т.н., профессор **В.А. Потапов** (Украина), д.б.н., профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КНР), доктор философии, профессор **Стефано Перни** (Великобритания), доктор наук, профессор **Богуслава Леска** (Польша), доктор философии, профессор **Полина Прокопович** (Великобритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **В.Н. Нараев** (Россия)

«Доклады Национальной академии наук Республики Казахстан» ISSN 2224-5227

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5540-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год. Тираж: 2000 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г.Алматы, ул.Шевченко, 28, ком.218-220, тел. 272-13-19, 272-13-18

<http://nauka-nanrk.kz>, reports-science.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г.Алматы, ул.Муратбаева, 75

©Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015 г.

E d i t o r i n c h i e f

M.Zh. Zhurinov, academician of NAS RK

Editorial board:

S.M. Adekenov (deputy editor in chief), Doctor of Chemistry, prof., academician of NAS RK; **Zh.M. Adilov**, Doctor of Economics, prof., academician of NAS RK; **Zh.A. Arzykulov**, Doctor of Medicine, prof., academician of NAS RK; **V.K. Bishimbayev**, Doctor of Engineering, prof., academician of NAS RK; **T.I. Yespolov**, Doctor of Agriculture, prof., academician of NAS RK; **G.M. Mutanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.Zh. Praliyev**, Doctor of Education, prof., academician of NAS RK; **I.V. Seversky**, Doctor of Geography, prof., academician of NAS RK; **Ye.B. Sydykov**, Doctor of Historical Sciences, prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.Kh. Abuseitova**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **I.K. Beisembetov**, Doctor of Economics, prof., corr. member of NAS RK; **K.Zh. Zhambakin**, Doctor of Biological Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **B.B. Karibayev**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Lokshin**, Doctor of Medicine, prof., corr. member of NAS RK; **M.Sh. Omirserikov**, Doctor of Geology and Mineralogy, prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.A. Sadybekov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.I. Satayev**, Doctor of Chemistry, prof., corr. member of NAS RK; **A.M. Ombayev**, Doctor of Agriculture, prof.

Editorial staff:

V.V. Goncharuk, NAS Ukraine academician (Ukraine); **I.M. Neklyudov**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.I. Gordienko**, NAS RB academician (Belarus); **G. Duca**, NAS Moldova academician (Moldova); **M.I. Iolov**, NAS Tajikistan academician (Tajikistan); **A.E. Erkebayev**, NAS Kyrgyzstan academician (Kyrgyzstan); **V.I. Velichkin**, RAS corr.member (Russia); **Marek Sikorski**, Doctor of Chemistry, prof. (Poland); **V.A. Potapov**, Doctor of Engineering, prof. (Ukraine); **Harun Parlar**, Doctor of Biological Sciences, prof. (Germany); **Gao Endzhun**, prof. (PRC); **Stefano Perni**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Boguslava Leska**, dr, prof. (Poland); **Pauline Prokopovich**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Wójcik Waldemar**, prof. (Poland), **Nur Izura Udzir**, prof. (Malaysia), **V.N. Narayev**, Doctor of Chemistry, prof. (Russia)

Reports of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

ISSN 2224-5227

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of Information and Archives of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan N 5540-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 2000 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of.219-220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

<http://nauka-nanrk.kz/> reports-science.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ISSN 2224-5227

Volume 1, Number 1 (2015), 30 – 39

**STUDYING OF A STRESS-DEFORMATION STATE OF THE
WIRELINE SYSTEM AND DRILL STRING**

A.Barayev, M.Zh. Zhumabayev, A. Baimisheva, A.S. Tulep

South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan,
International Kazakh-Turkish University named after A. Yasevi, Turkestan, Kazakhstan

Key words: stress, deformation, drill string, eigen value, frequency

Abstract. Stress-deformation state of the wireline system and drill string is determined. The graph of full voltage at different intervals of time and on an arbitrary section of the string is constructed.

УДК. 621. 81

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМАЦИОННОГО
СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ТАЛЕВОГО КАНАТА
И БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ**

А. Бараев, М.Ж. Жумабаев, А.Баймишева, А.С. Тулеп

baraev42@mail.ru

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,
Международный казахско-турецкий университет имени А.Ясави, Туркестан, Казахстан

Ключевые слова: напряжение, деформация, бурильная колонна, собственное число, частота

Аннотация. Определяется напряженно-деформационное состояние системы талевого каната и бурильной колонны. Построен график полного напряжения при различных отрезках времени и на произвольном сечении колонки.

Правильная оценка напряженно-деформированного состояния основных звеньев бурильной динамической системы в зависимости от уровня ее загруженности, в частности, устранение резонансных явлений, связано с подбором и изменением кинематических и динамических параметров составляющих системы, от которых зависит спектр ее собственных частот.

В связи с бурным развитием добывающих отраслей промышленности решение этой проблемы приобретает особое значение. Это связано с обеспечением прочности конструкций бурильных колонн при возрастающей мощности и скорости бурильных агрегатов и механизмов. Непрерывное увеличение глубин и производительности бурения предъявляет новые, повышенные требования к прочности и работоспособности талевых канатов.

Для исследования напряженно-деформационного состояния системы талевого каната и бурильной колонны рассмотрим упрощенную схему подъемной установки, представленную на рисунке 1, где 1 – буровая вышка с приведенной массой m_1 ; 2 – канатная система; 3 – подъемный барабан со всеми вращающимися элементами спускоподъемной системы; 4 – бурильная колонна, рассматриваемая как вертикальный стержень с равномерно распределенной массой по всей длине; 5 – утяжеленный низ массой m_5 ; 6 – скважина, заполненная промывочной жидкостью.

Перемещение и скорость массы фундамента и вышки можно пренебречь, поэтому принятую схему на рисунке 1, преобразуем к виду, представленному на рисунке 2, где m_1 – приведенная масса вращающихся узлов привода буровой лебедки и талевой системы; m_2 – распределенная

масса талевого каната; m_3 – сосредоточенная масса талевого блока, крюка, элеватора, стропов и т. п.; m_4 – масса колонны бурильных труб; m_5 – масса утяжеленных бурильных труб и забойного двигателя, продольная жесткость которых не учитывается; l_1 – приведенная длина талевого каната; l_2 – длина бурильной колонны. Обозначим через $S_0 = S_0(t)$ перемещение сечения каната в точки схода из поверхности барабана буровой лебедки, установим начало координат в этой точке и направим ось OX_1 вдоль талевого каната, а OX_2 сверху вниз по оси колонны.

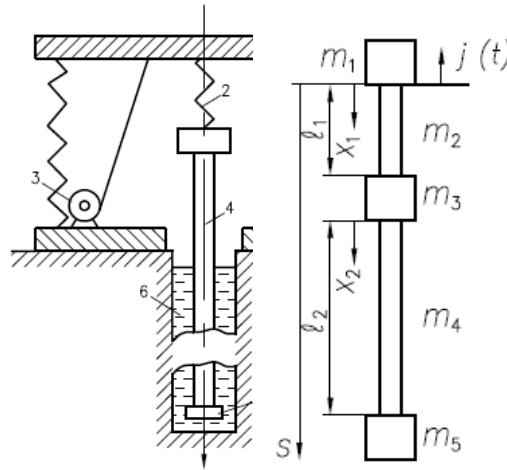


Рис. 1. Упрощенная схема подъемной установки

При этом сечение системы «талевого канат- буровая колонна» совершает переносное движение по закону $S_0(t)$ и вследствие их деформации также относительное движение соответственно по законам $u_1 = u_1(x_1, t)$ и $u_2 = u_2(x_2, t)$, так что полные перемещения сечения соответственно будут равны:

$$S_1 = u_1(x_1, t) + S_0(t) \text{ – для каната,}$$

$$S_1 = u_2(x_2, t) + S_0(t) \text{ – для бурильной колонны.}$$

Перемещения $u_1 = u_1(x_1, t)$ и $u_2 = u_2(x_2, t)$ удовлетворяют следующим волновым уравнениям неустановившегося движения системы талевого каната и бурильной колонны [1]:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = -\ddot{S}_0(t) \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} = -\ddot{S}_0(t) \quad 0 < x_2 < l_2 \tag{2}$$

где t – время, a_1 и a_2 – скорости распространения упругих волн деформации в талевом канате и бурильной колонне.

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} \quad a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}},$$

где E_1 , ρ_1 и E_2 , ρ_2 – модули упругости и плотности талевого каната и бурильных труб соответственно.

Граничные условия и условия сопряжений для уравнений (1) и (2) согласно схеме, представленной на рис. 2, имеют вид:

$$m_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = C_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad \text{при } x_1 = 0, \quad (3)$$

$$u_1 = u_2, \quad m_3 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + C_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = C_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad \text{при } x_1 = l_1, \quad x_2 = 0, \quad (4)$$

$$m_5 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = -C_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad \text{при } x_2 = l_2, \quad (5)$$

где $C_1 = E_1 F_1$ $C_2 = E_2 F_2$;

F_1, F_2 - площади поперечных сечений талевого каната и бурильной колонны.

Начальные условия считаем нулевыми:

$$u_1 = u_2 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_2}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0 \quad (6)$$

С учетом всего изложенного задача сводится к решению уравнений (1) и (2) приграничных условий (3), (5), условий сопряжений (4) и начальных условий (6).

Используя метод Фурье разделения переменных [2-3], решение однородной части уравнений (1) и (2) можно представить следующим образом:

$$u_1 = X_1(x_1)T(t), \quad u_2 = X_2(x_2)T(t),$$

где функции $X_1(x_1)$, $X_2(x_2)$ и $T(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$E_1 X_1''(x_1) + \rho_1 \omega^2 X_1(x_1) = 0, \quad (7)$$

$$E_2 X_2''(x_2) + \rho_2 \omega^2 X_2(x_2) = 0. \quad (8)$$

$$T'' + \omega^2 T = 0 \quad (9)$$

Функции $X_1(x_1)$, $X_2(x_2)$ называются собственными функциями и согласно (3)-(5) удовлетворяют следующим однородным условиям

$$-\omega^2 m_1 X_1(0) = E_1 F_1 X_1'(0) \quad (10)$$

$$X_{1n}(l_1) = X_{2n}(0), \quad -\omega^2 m_2 X_2(0) = -E_1 F_1 X_1'(l_1) + E_2 F_2 X_2'(0), \quad (11)$$

$$\omega^2 m_3 X_2(l_2) = E_2 F_2 X_2'(l_2) \quad (12)$$

Вводя безразмерные переменные и величины по формулам $\xi_1 = x_1/l_1$, $\xi_2 = x_2/l_2$, $\lambda = \omega l_1/a_1$, $\beta = a_2/a_1$, $\eta = l_1/l_2$, $\gamma = F_1 \rho_1 / F_2 \rho_2 \beta^2$, приведем уравнения (6)-(7) и граничные условия (8)-(10) к виду

$$X_1''(\xi_1) + \lambda^2 \beta^2 X_1(\xi_1) = 0, \quad 0 < \xi_1 < \eta, \quad (13)$$

$$X_2''(\xi_2) + \lambda^2 X_2(\xi_2) = 0, \quad 0 < \xi_2 < 1, \quad (14)$$

$$-\alpha_1 \lambda^2 X_1(0) = X_1'(0) \quad (15)$$

$$X_1(\eta) = X_2(0), \quad -\alpha_2 \lambda^2 X_2(0) = -\gamma X_1'(\eta) + X_2'(0), \quad (16)$$

$$\alpha_3 \lambda^2 X_2(1) = X_2'(1) \quad (17)$$

где $\alpha_1 = \beta^2 \eta \alpha_{10}$, $\alpha_{10} = m_1 / \rho_1 F_1 l_1$, $\alpha_2 = m_2 / \rho_2 F_2 l_2$, $\alpha_3 = m_3 / \rho_2 F_2 l_2$

Решения уравнений (13) и (14) представим в виде

$$X_1 = A_1 \sin \lambda \beta (\eta - \xi_1) + B_1 \cos \lambda \beta (\eta - \xi_1),$$

$$X_2 = A_2 \sin \lambda \xi_2 + B_2 \cos \lambda \xi_2$$

где постоянные A_1, B_1, A_2 и B_2 согласно (15)-(17) удовлетворяют системе однородных уравнений

$$c_1 A_1 + b_1 B_1 = 0, \quad B_1 - B_2 = 0, \quad A_2 - \lambda \alpha_2 B_2 - \gamma \beta A_1 = 0, \\ (\cos \lambda + \lambda \alpha_3 \sin \lambda) A_2 - (\sin \lambda - \lambda \alpha_3 \cos \lambda) B_2 = 0,$$

где $c_1 = -\lambda \alpha_1 \sin \lambda \beta + \beta \cos \lambda \beta$, $b_1 = -\lambda \alpha_1 \cos \lambda \beta - \beta \sin \lambda \beta$ и

Приравнявая определитель последней системы, получаем трансцендентное уравнение для определения числа λ

$$c_1(\lambda) b_2(\lambda) - c_2(\lambda) b_1(\lambda) = 0, \quad (18)$$

где $c_2 = \gamma \beta (\cos \lambda + \alpha_3 \lambda \sin \lambda)$, $b_2 = \alpha_2 (\cos \lambda + \alpha_3 \lambda \sin \lambda) + \sin \lambda - \alpha_3 \lambda \cos \lambda$.

Уравнение (18) имеет бесконечное множество корней, которые обозначим через $\lambda = \lambda_n$. Эти числа называются собственными числами, а соответствующие им функции $X_{1n}(\xi_1)$ и $X_{2n}(\xi_2)$ – собственными.

Частоты собственных колебаний системы талевого каната и бурильной колонны вычисляются по формуле $\omega_n = \lambda_n a_2 / l_2$.

Умножаем уравнение (7) на функции X_{1k} , а (8) на X_{2k} и соответственно интегрируем по переменным x_1 и x_2 в интервалах $0 < x_1 < l_1$ $0 < x_2 < l_2$:

$$-\rho_1 \omega_n^2 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 = E_1 \int_0^{l_1} X_{1n}'' X_{1k} dx_1 = E_1 [X_{1n}'(l_1) X_{1k}(l_1) - X_{1n}'(0) X_{1k}(0)] - E_1 \int_0^{l_1} X_{1n}' X_{1k}' dx_1 \\ -\rho_2 \omega_n^2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 = E_2 \int_0^{l_2} X_{2n}'' X_{2k} dx_2 = E_2 [X_{2n}'(l_2) X_{2k}(l_2) - X_{2n}'(0) X_{2k}(0)] - E_2 \int_0^{l_2} X_{2n}' X_{2k}' dx_2$$

С учетом граничных условий (16) и (17) имеем

$$-F_1 \rho_1 \omega_n^2 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 = E_1 F_1 X_{1n}'(l_1) X_{1n}(l_1) + m_1 \omega_n^2 X_{1n}(0) X_{1k}(0) - E_1 F_1 \int_0^{l_1} X_{1n}' X_{1k}' dx_1 \\ -F_2 \rho_2 \omega_n^2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 = m_2 \omega_n^2 X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) - E_2 F_2 X_{2n}'(0) X_{2k}(0) - E_2 F_2 \int_0^{l_2} X_{2n}' X_{2k}' dx_2$$

Заменяем индексы местами и вычитаем друг от друга полученные результаты, тогда получаем

$$-F_1 \rho_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 = E_1 F_1 X_{1n}'(l_1) X_{1n}(l_1) - \\ -E_1 F_1 X_{1k}'(l_1) X_{1k}(l_1) + m_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{1n}(0) X_{1k}(0) \\ -F_2 \rho_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 = -E_2 F_2 X_{1n}'(0) X_{1n}(0) + \\ + E_2 F_2 X_{1k}'(0) X_{1k}(0) + m_3 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2)$$

Складывая последние выражения с учетом условий (15)-(17), получаем

$$-F_1 \rho_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 - F_2 \rho_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 + m_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{1n}(0) X_{1k}(0) + \\ + m_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(0) X_{2k}(0) + m_3 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2),$$

откуда получаем условие обобщенной ортогональности собственных функций $X_{1n}(x_1)$ и $X_{2n}(x_2)$

$$F_1 \rho_1 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 - F_2 \rho_2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 + m_1 X_{1n}(0) X_{1k}(0) + m_2 X_{2n}(0) X_{2k}(0) + m_3 X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) = 0 \quad \text{при } n \neq k \quad (19)$$

Последнее условие перепишем в безразмерных координатах

$$\gamma \beta^2 \int_0^\eta X_{1n}(\xi) X_{1k}(\xi) d\xi + \int_0^1 X_{2n}(\xi) X_{2k}(\xi) d\xi + \alpha_1 X_{1n}(0) X_{1k}(0) + \alpha_2 X_{2n}(0) X_{2k}(0) + \alpha_3 X_{2n}(1) X_{2k}(1) = 0 \quad \text{при } k \neq n. \quad (20)$$

Уравнения (1) и (2) перепишем в безразмерной форме ($\tau = a_2 t / l_2$)

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi_1^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} = \beta^2 S_0''(\tau) \quad 0 < \xi_1 < \eta, \tau > 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi_2^2} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} = S_0''(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1, \tau > 0 \quad (22)$$

Решение неоднородных уравнений (21) и (22) представим в виде разложения по собственным функциям

$$u_1 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\xi_1) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_1 < \eta, \quad (23)$$

$$u_2 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(\xi_2) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1, \quad (24)$$

Функции $X_{1n}(\xi_1)$ и $X_{2n}(\xi_2)$ выбираем следующим образом

$$X_{1n} = c_{1n} \cos \lambda_n \beta (\eta - \xi_1) - b_{1n} \sin \lambda_n \beta (\eta - \xi_1), \quad 0 < \xi_1 < \eta,$$

$$X_{2n} = c_{1n} \cos \lambda_n \xi_2 + (\gamma \beta b_{1n} - \lambda_n \alpha_2 c_{1n}) \sin \lambda_n \xi_2, \quad 0 < \xi_2 < 1$$

где

$$c_{1n} = -\alpha_1 \lambda_n \sin \beta \lambda_n + \beta \cos \beta \lambda_n, \quad b_{1n} = -\alpha_1 \lambda_n \cos \beta \lambda_n - \beta \sin \beta \lambda_n,$$

$$c_{2n} = \gamma \beta (\cos \lambda_n + \alpha_3 \lambda_n \sin \lambda_n), \quad b_{2n} = \lambda_n \alpha_2 (\cos \lambda_n + \alpha_3 \lambda_n \sin \lambda_n) + \sin \lambda_n - \alpha_3 \lambda_n \cos \lambda_n$$

Подставляем (23) и (24) в уравнения (21) и (22) с учетом (13) и (14), получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) X_{1n}(\xi_1) = -S_0''(\tau),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) X_{2n}(\xi_2) = -S_0''(\tau).$$

Умножаем первое уравнение на функции $\beta^2 \gamma X_{1k}(\xi_1)$, а второе – на $X_{2k}(\xi_2)$, интегрируем в соответствующих интервалах и складываем

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) \left[\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1k} X_{1n} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2k} X_{2n} d\xi_2 \right] = -S_0''(\tau) \left[\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1k} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2k} d\xi_2 \right] \quad (25)$$

С помощью последних двух уравнений составляем далее следующее выражение

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) [\alpha_1 X_{1k}(0) X_{1n}(0) + \alpha_2 X_{2k}(0) X_{2n}(0) + \alpha_3 X_{2k}(1) X_{2n}(1)] = \quad (26)$$

$$= -S_0''(\tau) [\alpha_1 X_{1k}(0) + \alpha_2 X_{2k}(0) + \alpha_3 X_{2k}(1)]$$

Складываем выражения (25) и (26) и, пользуясь условием обобщенной ортогональности (20), получаем

$$T_n'' + \lambda_n^2 T_n = q_n S_0''(\tau), \quad (27)$$

где

$$q_n = - \frac{\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1n} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2n} d\xi_2 + \alpha_1 X_{1n}(0) + \alpha_2 X_{2n}(0) + \alpha_3 X_{2n}(1)}{\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1n}^2 d\xi_1 + \int_0^1 X_{2n}^2 d\xi_2 + \alpha_1 X_{1n}^2(0) + \alpha_2 X_{2n}^2(0) + \alpha_3 X_{2n}^2(1)}.$$

Уравнение (27) интегрируются при нулевых начальных условиях: $T_n(0) = T'_n(0) = 0$

$$T_n = \frac{q_n}{\lambda_n} \int_0^\tau S_0''(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi.$$

Интегрируя последний интеграл по частям, получаем

$$T_n = q_n \left[\frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right]$$

Поставим выражение $T_n(\tau)$ в формулах (23) и (24), получаем расчетные формулы для вычисления полного перемещения для произвольного сечения талевого каната и бурильной колонны

$$S_1 = S_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[\frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right] X_{1n}(\xi_1),$$

$$0 < \xi_1 < \eta$$

$$S_1 = S_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[\frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right] X_{2n}(\xi_2),$$

$$0 < \xi_2 < 1$$

Расчет полного перемещения сечений талевого каната и бурильной колонны проводится по следующим формулам

$$S_1 = S_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\xi_1) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_1 < \eta,$$

$$S_2 = S_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(\xi_2) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1,$$

Последние формулы позволяют найти перемещение сечений талевого каната ($0 < \xi_1 < \eta$) и бурильной колонны ($0 < \xi_2 < 1$) при известном законе движения барабана лебедки $S_0 = S_0(\tau)$. Обычно эта функция связана с тахограммой скорости спуска [4], в связи с чем выбираем ее следующим образом

$$S_0 = J_0 t^2 / 2 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq t_p, \quad S_0 = J_0 t_p^2 / 2 + J_0 t_p (t - t_p) \quad \text{при} \quad t_p \leq t \leq t_0 + t_p,$$

$$S_0 = J_0 t_p^2 / 2 + J_0 t_0 t_p + J_0 t_p (t - t_0 - t_p) - J_0 t_p (t - t_0 - t_p)^2 / 2 t_m \quad \text{при} \quad t_0 + t_p \leq t \leq t_0 + t_m + t_p,$$

что соответствует тахограмме скорости спуска по закону [4],

$$v = J_0 t \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq t_p, \quad v = J_0 t_p \quad \text{при} \quad t_p \leq t \leq t_0 + t_p, \quad v = -\frac{J_0 t_p}{t_m} (t - t_p - t_0 - t_m) \quad \text{при}$$

$$t_0 + t_p \leq t \leq t_0 + t_p + t_m,$$

где J_0 – переносное ускорение системы талевый канат и бурильная колонна при спуске, t_p , t_0 и t_m – соответственно время разгона, период постоянной скорости спуска и времени торможения.

При известном значения допустимой скорости спуска v_0 и величин t_p , t_0 и t_m ускорения разгона J_0 и торможения J_1 вычисляются по формулам: $J_0 = v_0 / t_p$, $J_1 = J_0 t_p / t_m$.

Расчеты проводились для следующих значений параметров: $l_1 = 100\text{м}$, $l_2 = 1000\text{м}$, $\rho_1 = 7000\text{кг/м}^3$, $\rho_2 = 7800\text{кг/м}^3$, $E_1 = 100000\text{МПа}$, $E_2 = 200000\text{МПа}$, $F_1 / F_2 = 0.1$, $\alpha_1 = 5$, $\alpha_2 = 1$.

В таблице приведены первые шесть частот при различных значениях безразмерных параметров $\alpha_{10}, \alpha_2, \alpha_3$

Таблица – Значения первых часто собственных колебаний системы талевого канат и бурильная колонна при различных значениях параметров $\alpha_{10}, \alpha_2, \alpha_3$

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
Частоты (Гц)	6.5746	18.5538	33.6932	48.7798	64.4281	80.1788

$$\alpha_{10} = 5, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
Частоты (Гц)	6.4812	18.9375	33.3580	48.7746	64.4258	80.1780

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
Частоты (Гц)	5.0015	17.6455	32.7501	48.3586	64.1114	79.9248

$$\alpha_{10} = 10, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
Частоты (Гц)	6.3419	18.7178	33.3548	48.7741	64.4263	80.1779

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 10, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
Частоты (Гц)	4.7045	17.4818	32.6954	48.3062	64.0712	79.8929

Как видно из приведенных данных, частотные колебания талевого каната и бурильной колонны в начальные и конечные моменты времени при спуско-, подъемных операциях достаточно велики. В процессе спуска-подъема система совершает большое количество колебаний, в процессе которых за счет действия демпфирующих сил (воздействие промывочной жидкости, сил трения и т.д.) амплитуда колебаний значительно уменьшается.

Изменение масс в местах сопряжений в основном влияют на первые три частот, на другие частоты практически они не влияют.

Расчеты показали, что значения относительных перемещений сечений талевого каната и бурильной колонны достаточно малые, и они не влияют на полное перемещение этих сечений. При этом на сечениях могут возникать дополнительные напряжения, влияющие на напряженное состояние системы.

Полные напряжения в произвольном сечении системы талевого каната и бурильной колонны вычисляются по формулам

$$\sigma_1 = l_2(\eta - \xi_1)\rho_1 g + (m_1 g + m_2 g) / F_1 + \rho_2 g l_2 + E_1 \sum_{n=1}^{\infty} X'_{1n}(\xi_1) T_n(\tau) / l_2, \quad 0 < \xi_1 < \eta$$

$$\sigma_2 = l_2(1 - \xi_2)\rho_2 g + m_3 g / F_2 + E_2 \sum_{n=1}^{\infty} X'_{2n}(\xi_2) T_n(\tau) / l_2, \quad 0 < \xi_2 < 1$$

На рис.3 представлено изменение полного напряжения в сечении талевого каната $x_1 = 0$, сопряженного с буровой лебедкой и в сечении буровой колонны $x_2 = 0$, сопряженного с талевым канатом при спуске одной свечи. В расчетах принято: $d_n = 0.127\text{м}$, $d_e = 0.109\text{м}$ (d_n и d_e – наружный и внутренний диаметры труб колонны), $m_1 = 1089\text{кг}$, $m_2 = 2700\text{кг}$,

$m_3 = 5400 \text{ кг}$, $F_1 = 0.1F_2$. В тахограмме спуска колонны приняты следующие параметры: общее время спуска: $t_{\text{общ}} = t_p + t_0 + t_m = 20 \text{ сек}$ $t_p = 2 \text{ сек}$, $t_0 = 16 \text{ сек}$, $t_m = 2 \text{ сек}$. Длина одной спускаемой свечи равна $L = 25 \text{ м}$, при этом предельная скорость спуска будет равна $v_0 = 1.5 \text{ м/с}$ Ускорение разгона и торможения будут соответственно равны $J_0 = 0.75 \text{ м/с}^2$, $J_1 = 0.75 \text{ м/с}^2$.

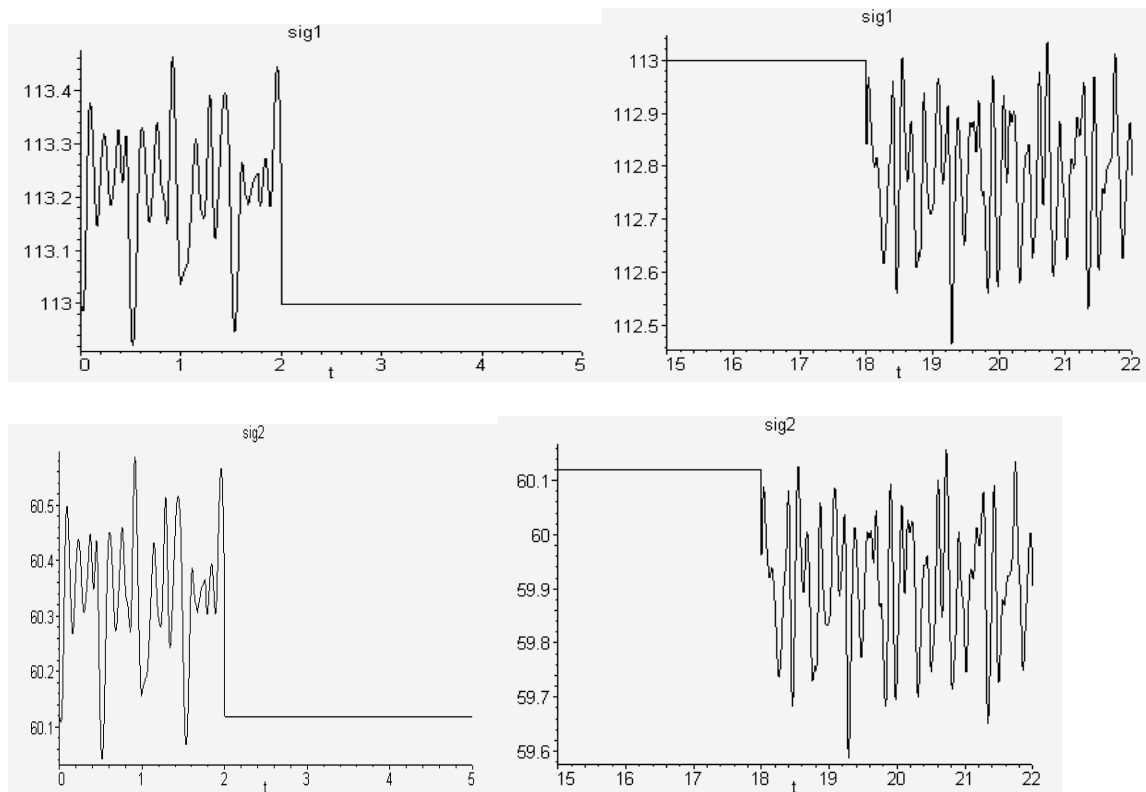


Рис.3. Изменение полного напряжения $\sigma_1(0,t) = sig1$ и $\sigma_2(0,t) = sig2$ (МПа) от времени t (сек) при выполнении операции спуска.

Как видно из рис. 3, колебания оказывают влияние на измерение только в начальные и конечные моменты процесса спуска-подъема. Через некоторое время колебания затухают, и реальная кривая сольется с равновесной.

На основании вышеизложенного в дальнейших расчетах при определении перемещения буровой колонны колебаниями можно пренебречь и считать, что перемещение нижнего конца буровой колонны связано с углом поворота барабана буровой лебедки следующей зависимостью $-H = \varphi(t)$.

На рис.4 и 5 представлены зависимости напряжений $\sigma_1(0,t)$ и $\sigma_2(0,t)$ от времени t при колебательном движении барабана лебедки по закону $S_0 = J_0(1 - \cos \omega_0 t) / \omega_0^2$. В расчетах принято $J_0 = 4 \text{ м/с}^2$, $\omega_0 = 0.1\omega_1$ (рис 4– низкочастотное колебание и $\omega_0 = 0.1\omega_8$ рис.5 – высокочастотное колебание).

Видно, что частота колебания барабана не влияет на амплитуды колебаний напряжений, а изменяет их частотный состав.

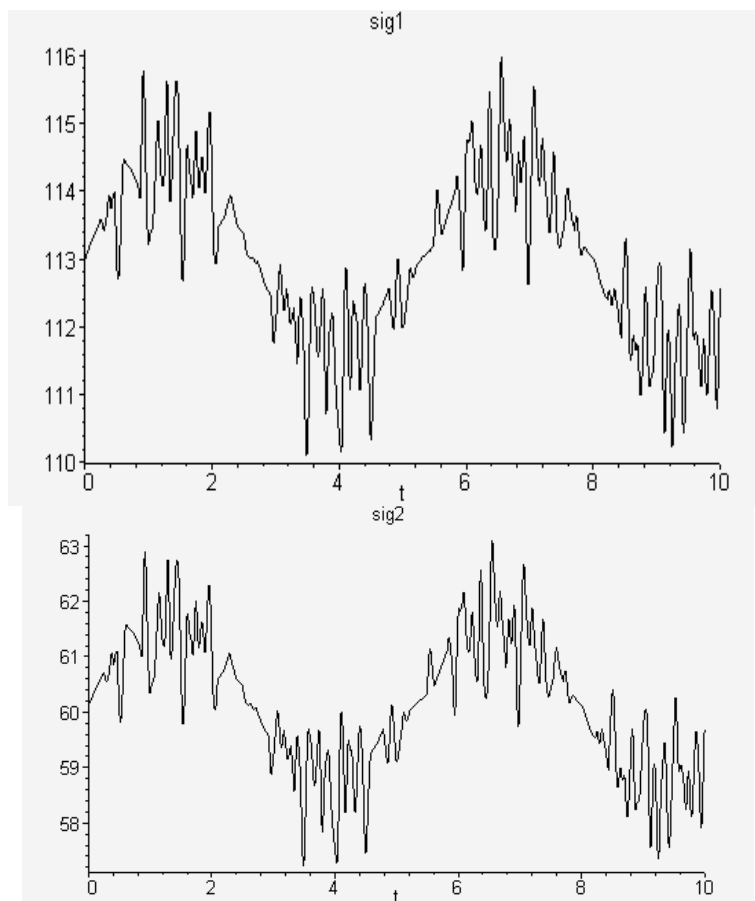
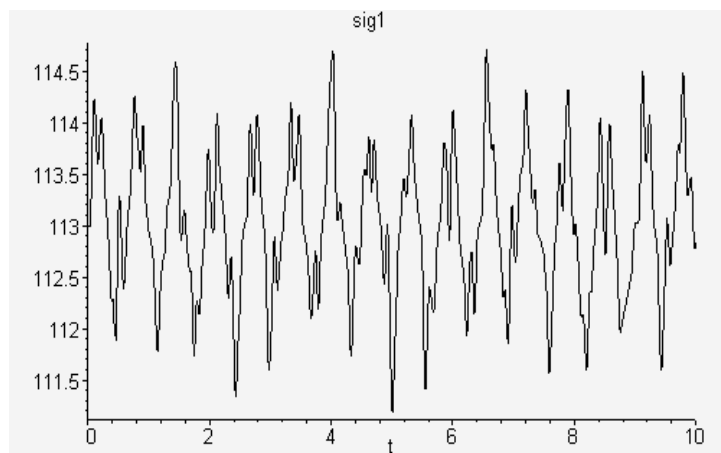


Рис.4. Изменение полного напряжения $\sigma_1(0,t) = sig1$ и $\sigma_2(0,t) = sig2$ (МПа) от времени t (сек) при вращении буровой лебедки с ускорением по закону $\ddot{S}_0 = 4\sin(0.1\omega_1)$



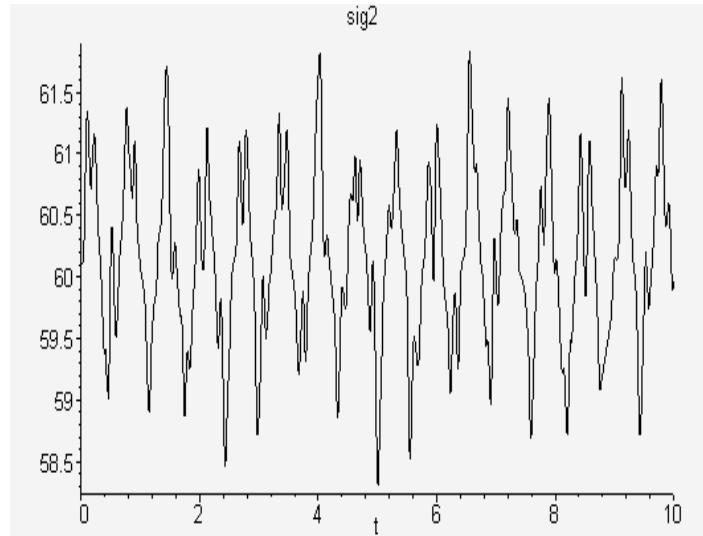


Рис.5. Изменение полного напряжения $\sigma_1(0,t) = sig1$ и $\sigma_2(0,t) = sig2$ (МПа) от времени t (сек) при вращении буровой лебедки с ускорением по закону $\ddot{S}_0 = 4 \sin(0.1\omega_8)$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мардонов Б.М., Бараев А., Ахметов Н.М. Прикладные задачи механики бурения нефтегазовых скважин. Изд-во «Элем». Шымкент, 2013 г. 172 с.
 [2] Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физики. М.: Гостехиздат, 1956.- 681 с.
 [3] Бабаков Н.М. Теория колебаний . Наука, 1965
 [4] Бараев А. Исаев В.И. Определение скорости спускаемого инструмента при различных видах тахограммы //Управление качеством в нефтегазовом комплексе 2009 № 3 С.57-60

REFERENCES

- [1] Mardonov B.M., Barayev A., Akhmetov N.M. Applied tasks of mechanics of drilling oil and gas wells. «Alem» publ. Shymkent. 2013 - 172 p. (in Russ.).
 [2] Budak B.M., Samarsky A.A., Tikhonov A.N. Collection of tasks on mathematical physics. M.: Gostehizdat, 1956.- 681 p. (in Russ.).
 [3] Babakov N.M. Theory of oscillations. Nauka, 1965. (in Russ.).
 [4] Barayev A. Isayev V.I. Determining the speed of descent tools for different types of tachogram. Quality of management in the oil and gas sector, 2009, № 3 p.57-60. (in Russ.).

Исследование напряженно-деформационного состояния системы талевого каната и бурильной колонны А. БАРАЕВ, М.Ж. ЖУМАБАЕВ, А.БАЙМИШЕВА, А.С ТУЛЕП

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,
Международный казахско-турецкий университет им. А.Ясави, Туркестан, Казахстан

Ключевые слова: напряжение, деформация, бурильная колонна, собственное число, частота

Аннотация. Определяется напряженно-деформационное состояние системы талевого каната и бурильной колонны. Построен график полного напряжения при различных отрезках времени и на произвольном сечении колонки.

Поступила 11.11.2014 г.