

ISSN 2224-5227

2015 • 4

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ  
**БАЯНДАМАЛАРЫ**

**ДОКЛАДЫ**

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

**REPORTS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ЖУРНАЛ 1944 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН

ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ С 1944 г.

PUBLISHED SINCE 1944



Бас редактор  
ҚР ҰҒА академигі **М.Ж. Жұрынов**

Редакция алқасы:

хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әдекенов С.М.** (бас редактордың орынбасары), эк.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әділов Ж.М.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Арзықұлов Ж.А.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Бишімбаев У.К.**, а.-ш.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Есполов Т.И.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұтанов Г.М.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**, пед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Пралиев С.Ж.**, геогр.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Северский И.В.**; тарих.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Сыдықов Е.Б.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбүсейітова М.Х.**, экон. ғ. докторы, проф., ҰҒА корр. мүшесі **Бейсембетов И.К.**, биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жамбакин К.Ж.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Кәрібаев Б.Б.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Локшин В.Н.**, геол.-мин. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірсеріков М.Ш.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Садыбеков М.А.**, хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Сатаев М.И.**; ҚР ҰҒА құрметті мүшесі, а.-ш.ғ. докторы, проф. **Омбаев А.М.**

Редакция кеңесі:

Украинаның ҰҒА академигі **Гончарук В.В.** (Украина), Украинаның ҰҒА академигі **Неклюдов И.М.** (Украина), Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **Гордиенко А.И.** (Беларусь), Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Дука Г.** (Молдова), Тәжікстан Республикасының ҰҒА академигі **Илолов М.И.** (Тәжікстан), Қырғыз Республикасының ҰҒА академигі **Эркебаев А.Э.** (Қырғызстан), Ресей ҒА корр. мүшесі **Величкин В.И.** (Ресей Федерациясы); хим.ғ. докторы, профессор **Марек Сикорски** (Польша), тех.ғ. докторы, профессор **Потапов В.А.** (Украина), биол.ғ. докторы, профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КХР), филос. ғ. докторы, профессор **Стефано Перни** (Ұлыбритания), ғ. докторы, профессор **Богуслава Леска** (Польша), философия ғ. докторы, профессор **Полина Прокопович** (Ұлыбритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **Нараев В.Н.** (Ресей Федерациясы)

Главный редактор  
академик НАН РК **М.Ж. Журинов**

Редакционная коллегия:

доктор хим. наук, проф., академик НАН РК **С.М. Адекенов** (заместитель главного редактора), доктор экон. наук, проф., академик НАН РК **Ж.М. Адилов**, доктор мед. наук, проф., академик НАН РК **Ж.А. Арзыкулов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **В.К. Бишимбаев**, доктор сельскохозяйств. наук, проф., академик НАН РК **Т.И. Есполов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Г.М. Мутанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**, доктор пед. наук, проф., академик НАН РК **С.Ж. Пралиев**, доктор геогр. наук, проф., академик НАН РК **И.В. Северский**; доктор ист. наук, проф., академик НАН РК **Е.Б. Сыдыков**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Х. Абусейтова**, доктор экон. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **И.К. Бейсембетов**, доктор биол. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **К.Ж. Жамбакин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Б.Б. Карибаев**, доктор мед. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Локшин**, доктор геол.-мин. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Ш. Омирсериков**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.А. Садыбеков**, доктор хим. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.И. Сатаев**; почетный член НАН РК, доктор сельскохозяйств. наук, проф., **А.М. Омбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **Гончарук В.В.** (Украина), академик НАН Украины **И.М. Неклюдов** (Украина), академик НАН Республики Беларусь **А.И.Гордиенко** (Беларусь), академик НАН Республики Молдова **Г. Дука** (Молдова), академик НАН Республики Таджикистан **М.И. Илолов** (Таджикистан), член-корреспондент РАН **Величкин В.И.** (Россия); академик НАН Кыргызской Республики **А.Э. Эркебаев** (Кыргызстан), д.х.н., профессор **Марек Сикорски** (Польша), д.т.н., профессор **В.А. Потапов** (Украина), д.б.н., профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КНР), доктор философии, профессор **Стефано Перни** (Великобритания), доктор наук, профессор **Богуслава Леска** (Польша), доктор философии, профессор **Полина Прокопович** (Великобритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **В.Н. Нараев** (Россия)

«Доклады Национальной академии наук Республики Казахстан» ISSN 2224-5227

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5540-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год. Тираж: 2000 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г.Алматы, ул.Шевченко, 28, ком.218-220, тел. 272-13-19, 272-13-18

<http://nauka-nanrk.kz>, [reports-science.kz](http://reports-science.kz)

Адрес типографии: ИП «Аруна», г.Алматы, ул.Муратбаева, 75

©Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015 г.

E d i t o r i n c h i e f

**M.Zh. Zhurinov**, academician of NAS RK

Editorial board:

**S.M. Adekenov** (deputy editor in chief), Doctor of Chemistry, prof., academician of NAS RK; **Zh.M. Adilov**, Doctor of Economics, prof., academician of NAS RK; **Zh.A. Arzykulov**, Doctor of Medicine, prof., academician of NAS RK; **V.K. Bishimbayev**, Doctor of Engineering, prof., academician of NAS RK; **T.I. Yespolov**, Doctor of Agriculture, prof., academician of NAS RK; **G.M. Mutanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.Zh. Praliyev**, Doctor of Education, prof., academician of NAS RK; **I.V. Seversky**, Doctor of Geography, prof., academician of NAS RK; **Ye.B. Sydykov**, Doctor of Historical Sciences, prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.Kh. Abuseitova**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **I.K. Beisembetov**, Doctor of Economics, prof., corr. member of NAS RK; **K.Zh. Zhambakin**, Doctor of Biological Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **B.B. Karibayev**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Lokshin**, Doctor of Medicine, prof., corr. member of NAS RK; **M.Sh. Omirserikov**, Doctor of Geology and Mineralogy, prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.A. Sadybekov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.I. Satayev**, Doctor of Chemistry, prof., corr. member of NAS RK; **A.M. Ombayev**, Honorary Member of NAS RK, Doctor of Agriculture, prof.

Editorial staff:

**V.V. Goncharuk**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **I.M. Neklyudov**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.I. Gordienko**, NAS RB academician (Belarus); **G. Duca**, NAS Moldova academician (Moldova); **M.I. Iolov**, NAS Tajikistan academician (Tajikistan); **A.E. Erkebayev**, NAS Kyrgyzstan academician (Kyrgyzstan); **V.I. Velichkin**, RAS corr.member (Russia); **Marek Sikorski**, Doctor of Chemistry, prof. (Poland); **V.A. Potapov**, Doctor of Engineering, prof. (Ukraine); **Harun Parlar**, Doctor of Biological Sciences, prof. (Germany); **Gao Endzhun**, prof. (PRC); **Stefano Perni**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Boguslava Leska**, dr, prof. (Poland); **Pauline Prokopovich**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Wójcik Waldemar**, prof. (Poland), **Nur Izura Udzir**, prof. (Malaysia), **V.N. Narayev**, Doctor of Chemistry, prof. (Russia)

**Reports of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.**

ISSN 2224-5227

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of Information and Archives of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan N 5540-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 2000 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of.219-220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

<http://nauka-nanrk.kz/> [reports-science.kz](http://reports-science.kz)

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

**REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

ISSN 2224-5227

Volume 4, Number 302 (2015), 11–15

UDC 531.1+629.195

**PARAMETRIC RESONANCE IN THE ORBITAL  
MOTION OF THE SATELLITE****M.D. Shinibaev<sup>1</sup>, A.A. Bekov<sup>1</sup>, M.G. Gumabaev<sup>2</sup>, A.S. Ramazanova<sup>2</sup>,  
A.D. Niyazimbetov<sup>2</sup>, E. Kurmuch<sup>2</sup>, B.N. Rakhimzhanov<sup>3</sup>**<sup>1</sup> JSC «National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan,<sup>2</sup> South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan  
Syr-Dariya University, Zhetisay, Kazakhstan,<sup>3</sup> Kokshetausky State University, named Sh.Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan  
E-mail: shinibaev\_maxsut@mail.ru

**Key words:** resonance, orbits, small denominator, the gravitational field, the force function, Earth satellite, polar coordinates.

**Abstract.** In the analysis of motion of space vehicles have to build a mathematical model adequate to the true nature of the movement. The simplest model of a space object finite size in case of its orbital motion can be represented by a material point, which contains the entire mass of the body. A more complex model of gravity bodies of finite size may consider the size of the body, homogeneity and heterogeneity in the distribution of mass in its volume. The model chosen depends on the setting of objectives. Overall, the model should be easier and should consider the main features of the real movement of the body that are essential for the selected application.

It is known that the problems of the mechanics of space flight in the majority cannot be solved in closed form in quadratures, therefore, apply various approximate methods for solving systems of differential equations of motion. One of the important methods of the study of perturbed motion of a space object associated with the construction of new types of intermediate orbits.

It is current interest for resonant and non-resonant satellites. The article investigates the parametric resonance in the orbital motion of the satellite. In the context of the above, the theme developed in the article is relevant in all areas of science where there are resonances and small denominators.

УДК 531.1+629.195

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС  
В ОРБИТАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ИСЗ****М.Д. Шинибаев<sup>1</sup>, А.А. Беков<sup>1</sup>, М.Ж. Жумабаев<sup>2</sup>, А.С. Рамазанова<sup>2</sup>,  
А.Д. Ниязымбетов<sup>2</sup>, Е. Курмуш<sup>2</sup>, Б.Н. Рахимжанов<sup>3</sup>**<sup>1</sup>АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан;<sup>2</sup>Южно-Казахстанский государственный педагогический институт,  
Шымкент, Казахстан;<sup>3</sup>Кокшетауский государственный университет им. Ш.Уалиханова,  
Кокшетау, Казахстан.

**Ключевые слова:** резонанс, орбита, малый знаменатель, поле тяготения, силовая функция, спутник Земли, полярные координаты.

**Аннотация.** При анализе движения космических аппаратов приходится строить математическую модель, адекватную истинной природе движения [1]. Простейшую модель космического объекта конечных размеров в случае его орбитального движения можно представить материальной точкой, в которой сосредоточена вся масса тела.

Более сложная модель тяготения тел конечных размеров может учитывать размеры тела, однородность и неоднородность распределения массы в его объеме. Выбор модели зависит от постановки задачи.

В целом модель должна быть по возможности проще и при этом должна учитывать основные особенности движения реального тела, которые существенны для выбранной постановки задачи.

Известно, что задачи механики космического полета в большинстве своем не могут быть решены в замкнутом виде в квадратурах, поэтому применяются различные приближенные методы решения систем дифференциальных уравнений. Один из актуальных методов изучения возмущенного движения космического объекта связан с построением новых типов промежуточных орбит. Это актуально как для резонансных, так и для нерезонансных спутников Земли.

В статье исследуется параметрический резонанс в орбитальном движении ИСЗ.

В контексте изложенного, тема, разрабатываемая в статье, актуальна во всех областях науки, где есть резонансы и малые знаменатели.

Дифференциальные уравнения орбитального движения ИСЗ в безразмерных переменных Хилла имеют вид [1]

$$\frac{d^2 w}{d\nu^2} + \left(1 + \frac{\alpha}{w^4}\right)w - \frac{1}{(1+s^2)^{3/2}} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 s}{d\nu^2} + \left(1 + \frac{\beta}{w^4}\right)s = 0, \quad \frac{d\nu}{dt} = \frac{\mu^2}{C^3} w^2, \quad (2)$$

где

$$\alpha = \frac{\nu C^6}{\mu^4}, \quad \beta = \frac{(\nu' - \nu)C^6}{\mu^4}, \quad \alpha - const, \quad \beta - const, \quad (3)$$

$\nu, \nu'$  – постоянные параметры, выбираемые так, чтобы движения узла и перигея орбиты совпадали с их действительными движениями;

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\mu}{C^2} w, \quad w = \frac{C^2}{\mu} \cdot \frac{1}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad s = \frac{z}{\rho}, \quad (4)$$

$\nu$  – истинная долгота,  $w$  – переменная Хилла,  $s$  – тангенс широты, здесь  $\alpha, \beta, s$  и  $w$  – безразмерные величины.

Рассмотрим случай, когда орбита ИСЗ имеет малый наклон к плоскости  $Oxy$ , тогда  $s^2 \approx 0$ .

Теперь (1) имеет вид:

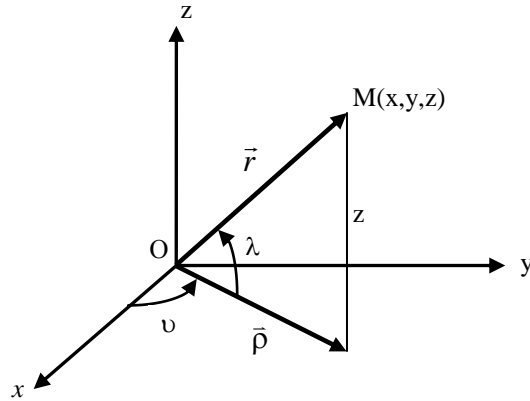
$$\frac{d^2 w}{d\nu^2} + \left(1 + \frac{\alpha}{w^4}\right)w - 1 = 0, \quad (5)$$

или

$$d\nu = \frac{w dw}{\sqrt{-w^4 + 2w^3 + Hw^2 + \alpha}}, \quad (6)$$

где постоянная интегрирования

$$H = \frac{2hC^2}{\mu^2} - \text{безразмерная величина.} \quad (7)$$



В случае эллиптического типа движения  $\alpha > 0, H < 0$ , поэтому (5) примет вид

$$d\nu = \frac{wdw}{\sqrt{-w^4 + 2w^3 - Hw^2 + \alpha}}, \quad (8)$$

Для действительных движений подкоренной полином должен быть положительным,

$$G_4(w) = -w^4 + 2w^3 - Hw^2 + \alpha > 0. \quad (9)$$

Согласно теореме Декарта [2], полином имеет три положительных и один отрицательный корень

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4,$$

$\alpha_4$  – отрицательный корень.

Подкоренной полином положителен на двух интервалах:

$$A) \alpha_4 < w < \alpha_3; \quad B) \alpha_2 < w < \alpha_1.$$

На интервале A) справедливо следующее преобразование (8) к нормальной форме Лежандра [2]:

$$d\nu = \mu_* \frac{w d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (10)$$

где

$$w = \frac{\alpha_4 \alpha_{31} + \alpha_1 \alpha_{43} \sin^2 \varphi}{\alpha_{31} + \alpha_{43} \sin^2 \varphi}; \quad (11)$$

при  $w = \alpha_4, \varphi = 0$ ; при  $w = \alpha_3, \varphi = \frac{\pi}{2}, 0 < k^2 < 1, \alpha_{ik} = \alpha_k - \alpha_i \ (k, i = 1, 2, 3, 4),$

$$k^2 = \frac{\alpha_{43} \alpha_{12}}{\alpha_{13} \alpha_{42}}, \quad \mu_* = \frac{2}{\sqrt{\alpha_{31} \alpha_{42}}},$$

$k$  – модуль эллиптического интеграла 1-го рода,  $\varphi$  – промежуточная переменная.

Преобразуем (11), выделим  $k^2$ , разложим знаменатель по степеням  $k$ , тогда

$$w = (w_0 + k^2 w_{02} + k^4 w_{04}) + (k^2 w_{12} + k^4 w_{14}) \cos 2\varphi + k^4 w_{24} \cos 4\varphi, \quad (12)$$

где

$$w_0 = \alpha_3, \quad w_{01} = \frac{\alpha_{31} \alpha_{42}}{2\alpha_{41} \alpha_{12}}, \quad w_{02} = \frac{3\alpha_{13}}{8} \cdot \left( \frac{\alpha_{31} \alpha_{42}}{2\alpha_{41} \alpha_{21}} \right)^2, \quad w_{12} = w_{01}, \quad w_{14} = \frac{\alpha_{13}}{2} \cdot \left( \frac{\alpha_{31} \alpha_{42}}{\alpha_{41} \alpha_{21}} \right)^2,$$

$$w_{24} = \frac{\alpha_{13}}{8} \cdot \left( \frac{\alpha_{31} \alpha_{42}}{\alpha_{41} \alpha_{21}} \right)^2.$$

Подставив (12) в (10), проинтегрировав от 0 до верхних пределов, имеем:

$$v = (v_{00} + k^2 v_{02} + k^4 v_{04})\varphi + (k^2 v_{12} + k^4 v_{14})\sin 2\varphi + k^4 v_{24} \sin 4\varphi, \quad (13)$$

где:

$$v_{00} = w_0 \mu_*, \quad v_{02} = \frac{1}{2} \mu_* \left( \frac{w_0}{2} - 2w_{01} \right), \quad v_{03} = \frac{1}{8} \mu_* \left( \frac{9}{8} w_0 - w_{01} - 8w_{02} \right),$$

$$v_{12} = -\frac{1}{4} \mu_* \left( -2w_{01} + \frac{1}{2} w_0 \right), \quad v_{14} = -\frac{1}{4} \mu_* \left( \frac{3}{8} w_0 + \frac{8}{3} w_{02} \right),$$

$$v_{24} = \frac{1}{32} \mu_* \left( \frac{3}{8} w_0 - w_{01} - \frac{8}{3} w_{02} \right).$$

Приняв во внимание второе уравнение из (2), учитывая (12) и (13), имеем:

$$t = (t_{00} + k^2 t_{02} + k^4 t_{04})\varphi + (k^2 t_{12} + k^4 t_{14})\sin 2\varphi + k^4 t_{24} \sin 4\varphi, \quad (14)$$

где:

$$t_{00} = \frac{C^3 \mu_*}{w_0 \mu^2}, \quad t_{02} = \frac{t_{00}}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{2w_{01}}{w_0} \right), \quad t_{04} = \frac{t_{00}}{8} \left( \frac{2w_{01}}{w_0} + \frac{8w_{02}}{w_0} + \frac{9}{8} + \frac{6w_{01}^2}{w_0^2} \right),$$

$$t_{12} = \frac{t_{00}}{4} \left( \frac{2w_{01}}{w_0} - \frac{1}{2} \right), \quad t_{14} = \frac{t_{00}}{4} \left( -\frac{8}{3} \cdot \frac{w_{02}}{w_0} + \frac{2\alpha_{31}}{3} \cdot \frac{w_{02}}{w_0^2} - \frac{1}{2} \right),$$

$$t_{24} = \frac{t_{00}}{32} \left( 1 + \frac{8}{3} \cdot \frac{w_{02}}{w_0} + \frac{8}{3} \cdot \frac{\alpha_{31} w_{02}}{w_0^2} + \frac{2w_{01}}{w_0} \right).$$

Обратив (14), имеем:

$$\varphi = (\varphi_{00} + k^2 \varphi_{02} + k^4 \varphi_{04})t + (k^2 \varphi_{12} + k^4 \varphi_{14})\sin 2t + k^4 \varphi_{24} \sin 4t, \quad (15)$$

где:

$$\varphi_{00} = \frac{1}{t_{00}}, \quad \varphi_{02} = -\frac{t_{02}}{\varphi_{00}^2}, \quad \varphi_{04} = \frac{1}{\varphi_{00}^2} (t_{00} - t_{04}), \quad \varphi_{12} = -\frac{t_{12}}{t_{00}}, \quad \varphi_{14} = \varphi_{00} (t_{02} \varphi_{12} - t_{04}),$$

$$\varphi_{24} = t_{00} - \frac{t_{24}}{t_{00}}.$$

Таким образом, (13) и (12) посредством (15) определяют полярные координаты ИСЗ в основной плоскости как функции времени.

Резонанс в плоской задаче наступает при  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $w \rightarrow 0$ , тогда из (11) можно найти резонансное значение  $\varphi_{рез}$

$$\varphi_{рез} = \arcsin \sqrt{\frac{\alpha_{31} \alpha_4}{\alpha_{43} \alpha_1}}, \quad (16)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  – корни полинома (9), причем  $0 < \varphi_{рез} < \frac{\pi}{2}$ .

Резонанс в пространственной задаче наступает при  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $r = \sqrt{\rho^2 + z^2} \rightarrow \infty$ .

Найдем универсальные переменные, которые исключают «малые знаменатели».

Преобразуем второе из уравнений (2), используя (10), (12), (13), тогда найдем

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} + (q_0 + 2q_1 \cos 2\varphi + 2q_2 \cos 4\varphi)s = 0, \quad (17)$$

где

$$q_0 = 4(q_{00} + kq_{01} + k^2 q_{02}), \quad q_1 = 2(kq_{11} + k^2 q_{12}), \quad q_2 = 2k^2 q_{22}, \quad s = \operatorname{tg} \lambda -$$



тангенс широты;  $q_{00}, q_{01}, q_{02}, q_{11}, q_{12}, q_{22}$  – постоянные величины определяемые из начальных условий.

Решение (17) с точностью вплоть до  $O(k^4)$  имеет вид [3]:

$$s = A \left\{ \cos(C_0 \varphi + \varepsilon) + k^2 s_{12} \cos[(C_0 + 2)\varphi + \varepsilon] + k^2 s_{22} \cos[(C_0 - 2)\varphi + \varepsilon] \right\}, \quad (18)$$

где:

$$C_0 = \sqrt{1 + \sqrt{(q_0 - 1)^2 - q_1^2}}, \quad s_{12} = \frac{q_{12}}{2[(C_0 + 2)^2 - q_0]}, \quad s_{22} = \frac{q_{22}}{2[(C_0 - 2)^2 - q_0]},$$

здесь в соответствии с [3]  $C_0 \approx \sqrt{q_0}$ , тогда

$$[(C_0 + 2)^2 - q_0] = C_0^2 + 2C_0 + 4 - q_0 \approx 2C_0 + 4 > 0,$$

$$[(C_0 - 2)^2 - q_0] = C_0^2 - 2C_0 + 4 - q_0 \approx 4 - 2C_0 \neq 0,$$

то есть при  $\varphi \rightarrow \varphi_{рез}$ ,  $s \rightarrow \infty$ .

Таким образом, переменные Хилла  $w, s, \xi = \frac{\mu z}{C^2}$  дают возможность исключить «малые знаменатели». Они безразмерны и универсальны, т.е. не теряют смысла, как в резонансной, так и в нерезонансной области движения ИСЗ.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шинибаев М.Д., Беков А.А. и др. Об орбитальном движении неуправляемого космического объекта в поле тяготения центрального и внешнего тела // Доклады НАН РК. – 2014, №3. – С.21-26.
- [2] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М., 1973. – 831 с.
- [3] Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. – М.-Л., 1965. – 367 с.

#### REFERENCES

- [1] Shinibaev M.D., Bekov A.A., et al. On the orbital motion of uncontrolled space object in the gravitational field of the central and outer body. Reports of NAS RK. – 2014, №3. – p.21-26 (in Russ).
- [2] Korn G., Korn T. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. - M., 1973. – 831 p. (in Russ).
- [3] Chebotarev G.A. Analytical and numerical methods of celestial mechanics. – M.-L., 1965. – 367 p. (in Russ).

#### ЖАСАНДЫ ЖЕР СЕРІГІНІҢ ОРБИТАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСЫНДАҒЫ ПАРАМЕТРЛІК РЕЗОНАНС

М.Д. Шыныбаев<sup>1</sup>, А.А. Беков<sup>1</sup>, М.Ж. Жұмабаев<sup>2</sup>, А.С. Рамазанова<sup>2</sup>,  
А.Д. Ниязымбетов<sup>2</sup>, Е. Құрмыш<sup>2</sup>, Б.Н. Рахымжанов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>«Ұлттық Ғарыштық Зерттеулер мен Технологиялар Орталығы», АҚ, Алматы, Қазақстан;

<sup>2</sup>Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент, Қазақстан;

<sup>3</sup>«Ш.Ұалиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті», Көкшетау, Қазақстан

**Тірек сөздер:** резонанс, орбита, кіші бөлгіш, тартылыс өрісі, күш функциясы, Жер серігі, полярлық координаттар.

**Аннотация.** Ғарыштық аппараттардың қозғалысын зерттеуде оның математикалық моделін құру және ол нақты қозғалысқа адекватты болуы қажет. Орбиталық қозғалыстағы ең қарапайым модель ретінде салмағы дене салмағына тең материялық нүкте алынады. Ал күрделі модельдерде массаның көлемде бірқалыпты немесе басқаша жайылуын есепке алуға тура келеді. Жалпы модельді таңдау есептің қойылымына байланысты және ол мүмкіншілігінше қарапайым болып қозғалыс қасиеттерін толық сипаттайтын етіледі.

Ғарыштық ұшу механикадағы дифференциалдық теңдеулер нақты түрде интеграл-данбайды, сондықтан түрлі жуықтап интегралдау әдістері қолданылады. Ғарыштық объектінің ауытқу қозғалысын зерттеудің өзекті әдістерінің бірі аралық орбитаның жаңа түрін құруға байланысты.

Бұл мәселе резонанстық Жер серіктеріне де, резонанстық емес Жер серіктеріне де өзекті.

Мақалада ЖЖС орбиталық қозғалысындағы параметрлік резонансы зерттелді.

Осы айтылғандарға орай қозғалып жатқан тақырып актуалды және маңызды болып тұр.

Поступила 15.07.2015 г.

**PUBLICATION ETHICS AND PUBLICATION MALPRACTICE  
IN THE JOURNALS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.reports-science.kz/index.php/ru/>

Редакторы *М. С. Ахметова, Д. С. Аленов*  
Верстка на компьютере *С.К. Досаевой*

Подписано в печать 11.08.2015.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
15,7 п.л. Тираж 2000. Заказ 4.