

ISSN 2224-5227

2016 • 4

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
БАЯНДАМАЛАРЫ

ДОКЛАДЫ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

REPORTS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ЖУРНАЛ 1944 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ С 1944 г.
PUBLISHED SINCE 1944



Бас редактор
ҚР ҰҒА академигі **М.Ж. Жұрынов**

Редакция алқасы:

хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әдекенов С.М.** (бас редактордың орынбасары), эк.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әділов Ж.М.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Арзықұлов Ж.А.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Бишімбаев У.К.**, а.-ш.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Есполов Т.И.**, техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұтанов Г.М.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**, пед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Пралиев С.Ж.**, геогр.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Северский И.В.**; тарих.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Сыдықов Е.Б.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**, физ.-мат.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбүсейітова М.Х.**, экон. ғ. докторы, проф., ҰҒА корр. мүшесі **Бейсембетов И.К.**, биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жамбакин К.Ж.**, тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Кәрібаев Б.Б.**, мед. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Локшин В.Н.**, геол.-мин. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірсеріков М.Ш.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.**, физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Садыбеков М.А.**, хим.ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Сатаев М.И.**; ҚР ҰҒА құрметті мүшесі, а.-ш.ғ. докторы, проф. **Омбаев А.М.**

Редакция кеңесі:

Украинаның ҰҒА академигі **Гончарук В.В.** (Украина), Украинаның ҰҒА академигі **Неклюдов И.М.** (Украина), Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **Гордиенко А.И.** (Беларусь), Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Дука Г.** (Молдова), Тәжікстан Республикасының ҰҒА академигі **Илолов М.И.** (Тәжікстан), Қырғыз Республикасының ҰҒА академигі **Эркебаев А.Э.** (Қырғызстан), Ресей ҒА корр. мүшесі **Величкин В.И.** (Ресей Федерациясы); хим.ғ. докторы, профессор **Марек Сикорски** (Польша), тех.ғ. докторы, профессор **Потапов В.А.** (Украина), биол.ғ. докторы, профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КХР), филос. ғ. докторы, профессор **Стефано Перни** (Ұлыбритания), ғ. докторы, профессор **Богуслава Леска** (Польша), философия ғ. докторы, профессор **Полина Прокопович** (Ұлыбритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **Нараев В.Н.** (Ресей Федерациясы)

Главный редактор
академик НАН РК **М.Ж. Журинов**

Редакционная коллегия:

доктор хим. наук, проф., академик НАН РК **С.М. Адекенов** (заместитель главного редактора), доктор экон. наук, проф., академик НАН РК **Ж.М. Адилов**, доктор мед. наук, проф., академик НАН РК **Ж.А. Арзыкулов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **В.К. Бишимбаев**, доктор сельскохозяйств. наук, проф., академик НАН РК **Т.И. Есполов**, доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Г.М. Мутанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**, доктор пед. наук, проф., академик НАН РК **С.Ж. Пралиев**, доктор геогр. наук, проф., академик НАН РК **И.В. Северский**, доктор ист. наук, проф., академик НАН РК **Е.Б. Сыдыков**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**, доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Х. Абусейтова**, доктор экон. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **И.К. Бейсембетов**, доктор биол. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **К.Ж. Жамбакин**, доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Б.Б. Карибаев**, доктор мед. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Локшин**, доктор геол.-мин. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Ш. Омирсериков**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов**, доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.А. Садыбеков**, доктор хим. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.И. Сатаев**; почетный член НАН РК, доктор сельскохозяйств. наук, проф., **А.М. Омбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **Гончарук В.В.** (Украина), академик НАН Украины **И.М. Неклюдов** (Украина), академик НАН Республики Беларусь **А.И. Гордиенко** (Беларусь), академик НАН Республики Молдова **Г. Дука** (Молдова), академик НАН Республики Таджикистан **М.И. Илолов** (Таджикистан), член-корреспондент РАН **Величкин В.И.** (Россия); академик НАН Кыргызской Республики **А.Э. Эркебаев** (Кыргызстан), д.х.н., профессор **Марек Сикорски** (Польша), д.т.н., профессор **В.А. Потапов** (Украина), д.б.н., профессор **Харун Парлар** (Германия), профессор **Гао Энджун** (КНР), доктор философии, профессор **Стефано Перни** (Великобритания), доктор наук, профессор **Богуслава Леска** (Польша), доктор философии, профессор **Полина Прокопович** (Великобритания), профессор **Вуйцик Вольдемар** (Польша), профессор **Нур Изура Удзир** (Малайзия), д.х.н., профессор **В.Н. Нараев** (Россия)

«Доклады Национальной академии наук Республики Казахстан» ISSN 2224-5227

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5540-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год. Тираж: 2000 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 218-220, тел. 272-13-19, 272-13-18

<http://nauka-nanrk.kz> reports-science.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75

©Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016 г.

E d i t o r i n c h i e f

M.Zh. Zhurinov, academician of NAS RK

Editorial board:

S.M. Adekenov (deputy editor in chief), Doctor of Chemistry, prof., academician of NAS RK; **Zh.M. Adilov**, Doctor of Economics, prof., academician of NAS RK; **Zh.A. Arzykulov**, Doctor of Medicine, prof., academician of NAS RK; **V.K. Bishimbayev**, Doctor of Engineering, prof., academician of NAS RK; **T.I. Yespolov**, Doctor of Agriculture, prof., academician of NAS RK; **G.M. Mutanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.Zh. Praliyev**, Doctor of Education, prof., academician of NAS RK; **I.V. Seversky**, Doctor of Geography, prof., academician of NAS RK; **Ye.B. Sydykov**, Doctor of Historical Sciences, prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., academician of NAS RK; **M.Kh. Abuseitova**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **I.K. Beisembetov**, Doctor of Economics, prof., corr. member of NAS RK; **K.Zh. Zhambakin**, Doctor of Biological Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **B.B. Karibayev**, Doctor of Historical Sciences, prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Lokshin**, Doctor of Medicine, prof., corr. member of NAS RK; **M.Sh. Omirserikov**, Doctor of Geology and Mineralogy, prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.A. Sadybekov**, Doctor of Physics and Mathematics, prof., corr. member of NAS RK; **M.I. Satayev**, Doctor of Chemistry, prof., corr. member of NAS RK; **A.M. Ombayev**, Honorary Member of NAS RK, Doctor of Agriculture, prof.

Editorial staff:

V.V. Goncharuk, NAS Ukraine academician (Ukraine); **I.M. Neklyudov**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.I. Gordienko**, NAS RB academician (Belarus); **G. Duca**, NAS Moldova academician (Moldova); **M.I. Iolov**, NAS Tajikistan academician (Tajikistan); **A.E. Erkebayev**, NAS Kyrgyzstan academician (Kyrgyzstan); **V.I. Velichkin**, RAS corr.member (Russia); **Marek Sikorski**, Doctor of Chemistry, prof. (Poland); **V.A. Potapov**, Doctor of Engineering, prof. (Ukraine); **Harun Parlari**, Doctor of Biological Sciences, prof. (Germany); **Gao Endzhun**, prof. (PRC); **Stefano Perni**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Boguslava Leska**, dr, prof. (Poland); **Pauline Prokopovich**, Doctor of Philosophy, prof. (UK); **Wójcik Waldemar**, prof. (Poland), **Nur Izura Udzir**, prof. (Malaysia), **V.N. Narayev**, Doctor of Chemistry, prof. (Russia)

Reports of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.**ISSN 2224-5227**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of Information and Archives of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan N 5540-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 2000 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of.219-220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

<http://nauka-nanrk.kz/> reports-science.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ISSN 2224-5227

Volume 4, Number 308 (2016),49 – 54

UDC 512.81

K.M. Tulenbaev, Zh.N. Shaimardanova, B. Ghabdullin

Suleyman Demirel University, Almaty, Kazakhstan
tulen75@hotmail.com, zhadyra.shaimardanova@gmail.com, gabdo_bakha@mail.ru

STRUCTURE PROPERTIES
OF (α, β) – BICOMMUTATIVE ALGEBRAS

Abstract. We find free and multilinear part of (α, β) – Bicommutative algebra. Also, we prove that A^2 is nilpotent with index nilpotency equal to 3. One of important problems of modern algebra is to study free algebras satisfying some identities. Constructing of base elements, finding of cocharacter sequence, constructing multilinear part and finding dimensions or asymptotics of growth are parts of this problem. On this point of view varieties of associative algebras, varieties of associative and commutative algebras and varieties of Lie algebras are well studied. For example, free associative commutative algebras are polynomial algebras. Connections of homogeneous polynomials and symmetric polynomials are used in many branches of mathematics and physics.

Free associative algebra is a tensor algebra, its multilinear part is isomorphic to a regular module of symmetric group. There are many other interesting classes of algebras for what problems on free algebras are remains as a difficult task. For example, very little are known about free alternative algebras, free Malcev algebras, even about free commutative algebras.

Let $com = t_1t_2 + t_2t_1$, $acom = t_1t_2 - t_2t_1$, be commutative and anti-commutative polynomials and $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2t_3) - (t_1t_2)t_3$ be associator or associative polynomial. Algebra with identity $com = 0$ is called anti-commutative. Commutative algebras are defined by the identity $acom = 0$ and associative algebras by $ass = 0$.

As we mentioned almost all is known for free algebras in associative case. Free commutative or anti-commutative algebras are less understood.

Last time became popular the following generalizations of commutativity and associativity identities

$$lcom = t_1(t_2t_3) - t_2(t_1t_3) \text{ (left-commutative),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (right-symmetric),}$$

Similarly one defines non-commutative non-associative polynomials

$$rcom = (t_1t_2)t_3 - (t_1t_3)t_2 \text{ (right-commutative),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (left-symmetric).}$$

Algebra with identities $lsym = 0$, $rsym = 0$ is called assocymmetric. Bases of free right-commutative algebras and right-symmetric algebras can be described in terms of rooted trees. Cocharacter sequences of right-symmetric algebras and right-commutative algebras are equal. Algebra with identities $lcom = 0$ and $rsym = 0$ is called Novikov. Lexicographic order in Young diagrams induces order on such base of free Novikov algebras. This order induces filtration and grading in free Novikov algebras. Connection between bicommutative algebras and filtration and grading of free Novikov algebras gives us motivation to study bicommutative algebras.

Algebra with identities $lcom = 0$, $rcom = 0$ is called *bicommutative*.

Basic notions of homological algebra are complexes, boundary mappings and cycles. If we will consider free algebra on q generators and require that multiplication by left is boundary mapping we will have $\beta = -1$ for bicommutative identity. For case multiplication by right we will have $\alpha = -1$ for bicommutative identity.

Key words and phrases: free part, polynomial part, commutativity, bicommutative algebras.

Introduction. Authors are grateful for academician A. S. Dzhumadil'daev for formulation of the problem of given article. One of important problems of modern algebra is to study free algebras satisfying some identities. Constructing of base elements, finding of cocharacter sequence, constructing multilinear part and finding dimensions or asymptotics of growth are parts of this problem. On this point of view varieties of associative algebras, varieties of associative and commutative algebras and varieties of Lie algebras are well studied. For example, free associative commutative algebras are polynomial algebras. Connections of homogeneous polynomials and symmetric polynomials are used in many branches of mathematics and physics.

Interesting problem is to find homology of free (α, β) – Bicommutative algebras.

Let $A = (A, \circ)$ be an algebra over field with characteristic $p \geq 0$ and $A \times A \rightarrow A, (a, b) \mapsto a \circ b$, is product. An algebra $A = (A, \circ)$ is called (α, β) - Bicommutative, if

$$\begin{aligned}(a \circ b) \circ c &= \alpha(a \circ c) \circ b (RC) \\ a \circ (b \circ c) &= \beta b \circ (a \circ c) (LC)\end{aligned}$$

for any $a, b, c \in A$.

Let A be (α, β) - Bicommutative algebra, when (α, β) are equal $+1$ or -1 or $\alpha = -1, \beta = -1$. If both are equal 1 we have bicommutative algebras. Bicommutative algebras were introduced in [1]. First interesting case is $\alpha = 1, \beta = -1$. We prove the following theorem in our article.

Theorem 1. A^2 is associative. A^2 is anticommutative for case $\alpha = 1, \beta = -1$. A^2 is commutative for case $\alpha = -1, \beta = -1$.

Moreover, for any three elements $x, y, z \in A^2$ we have $(x \circ y) \circ z = 0$.

Proof. Let us take elements $x = a \circ b$ and $y = c \circ d$. Then

$$x \circ y = (a \circ b) \circ (c \circ d) = \beta \cdot c \circ ((a \circ b) \circ d) \text{ by LC.}$$

So,

$$\beta \cdot c \circ ((a \circ b) \circ d) = \beta \cdot \alpha \cdot c \circ ((a \circ d) \circ b) \text{ by RC.}$$

$$\beta \cdot \alpha \cdot c \circ ((a \circ d) \circ b) = \beta^2 \cdot \alpha \cdot (a \circ d) \circ (c \circ d) \text{ by LC.}$$

On other hand

$$(a \circ b) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot (a \circ (c \circ d) \circ b) \text{ by RC.}$$

So we have

$$\alpha \cdot (a \circ (c \circ d) \circ b) = \alpha \cdot \beta \cdot (c \circ (a \circ d) \circ b) \text{ by LC.}$$

Another step is

$$\alpha \cdot \beta \cdot (c \circ (a \circ d) \circ b) = \alpha^2 \cdot \beta \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d) \text{ by RC.}$$

Therefore

$$\beta^2 \cdot \alpha \cdot (a \circ d) \circ (c \circ b) = \alpha^2 \cdot \beta \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d).$$

So

$$\beta \cdot (a \circ d) \circ (c \circ b) = \alpha \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d).$$

For $\alpha = 1, \beta = -1$ we obtain A^2 is anticommutative. $\gamma = \alpha \cdot \beta$. For case $\alpha = -1, \beta = -1$ we have A^2 is commutative.

Now let us check associativity of A^2 . First of all

$$((a \circ d) \circ (c \circ b)) \circ e = \alpha \cdot ((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) \text{ by RC.}$$

Secondly

$$\alpha \cdot ((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot \gamma \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e)$$

by commutative or anticommutative identities depending on γ .

Using LC,

$$\alpha \cdot \gamma \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) = \beta \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot (a \circ d) \circ ((c \circ b) \circ e) = \gamma^2 \cdot (a \circ b) \circ ((c \circ d) \circ e) = (a \circ b) \circ ((c \circ d) \circ e).$$

We have A^2 is associative.

Let $x = a \circ b$ and $y = c \circ d$ and $z = e \circ f$.

By associativity

$$((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ (e \circ f) = (a \circ b) \circ ((c \circ d) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f))$$

by LC.

On other hand by RC

$$((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ (e \circ f) = \alpha \cdot ((a \circ b) \circ (e \circ f)) \circ (c \circ d).$$

By commutative or anticommutative identities depending on γ .

$$\alpha \cdot ((a \circ b) \circ (e \circ f)) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (a \circ b)) \circ (c \circ d).$$

By RC

$$\alpha \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (a \circ b)) \circ (c \circ d) = \alpha^2 \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (c \circ d)) \circ (a \circ b).$$

By commutative or anticommutative identities depending on γ .

$$\alpha^2 \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (c \circ d)) \circ (a \circ b) = \alpha^2 \cdot \gamma^2 \cdot ((c \circ d) \circ (e \circ f)) \circ (a \circ b).$$

Because $\alpha^2 = \gamma^2 = 1$ we obtain

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = ((c \circ d) \circ (e \circ f)) \circ (a \circ b).$$

By RC

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b)) \circ (e \circ f)).$$

By associativity

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b)) \circ (e \circ f)).$$

So on

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \alpha \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b)) \circ (e \circ f)).$$

If $\beta = -1$ and $\alpha = 1$ we have

$$2 \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b)) \circ (e \circ f)) = 0.$$

For $\text{char} \neq 2$ we have $(x \circ y) \circ z = 0$. End of Proof.

Let us consider case $\beta = -1$ and $\alpha = -1$ separately. So we have A^2 is associative and commutative by Theorem 1.

Lemma 1. Let A be $(-1,1)$ – Bicommutative algebra. Then $\forall a, b, c, d, e \in A$ we have $((c \circ d) \circ ((a \circ b)) \circ (e \circ f)) = 0$.

Proof.

$$((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = -((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e \text{ by RC.}$$

By commutativity

$$((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e).$$

According to proof of associativity

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) = ((c \circ d) \circ (a \circ b)) \circ e.$$

By commutativity

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) = ((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e.$$

So we have

$$-((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e = ((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e.$$

For $\text{char} \neq 2$ we have

$$((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e = 0 \text{ QED.}$$

REFERENCES

- [1] A.S. Dzhumadil'daev, K.M. Tulenbaev, Bi-commutative algebras. Uspechi Math. Nauk., **2003**, No.6, 149-150, Russian Math. Surv., P.1196 – 1197 (engl.transl.).
- [2] Латышев В. Н. Об алгебрах Ли с тождественными соотношениями, Сиб. мат. журнал, **1963**, Т. 4, №4, С. 821-829.
- [3] Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли (главы I-III), М.: Мир, **1976**, С. 496.
- [4] Пихтильков С.А. О локально нильпотентном радикале специальных алгебр Ли, Фундаментальная и прикладная математика, **2002**, Т. 8, Вып. 3, С. 769-782.
- [5] Кучеров А.А., Пихтильков С.А., О гомологическом описании радикала Джекобсона для алгебр Ли, Чебышевский сборник.
- [6] Херстейн И. Некоммутативные кольца, М.: Мир, **1972**, С. 192.
- [7] Джекобсон Н. Строение колец, М.: Изд-во иностр. литературы, **1961**, С. 392.
- [8] Marshall E. I. The Frattini subalgebras of a Lie algebra, J. London Math., Soc. **1967**, V. 42, P. 416-422.
- [9] Dzhumadil'daev A.S. Special identity for Novikov-Jordan algebras, Comm. Algebra, **2005**, V.33, No.5, P.1279--1287.
- [10] Гельфанд И. М., Дорфман И. Я. Гамильтоновы операторы и связанные с ними структуры, Функци. анализ прил., **1979**, Т. 13, №4, С. 13-30.
- [11] Балинский А. А., Новиков С. П. Скобки Пуассона гидродинамического типа, фробениусовы алгебры и алгебры Ли, ДАН СССР, **1985**, Том 283, №5, С. 1036-1039.
- [12] Захаров А. С. Вложение алгебр Новикова-Пуассона в алгебры Новикова-Пуассона векторного типа, Алгебра и логика, 52, №3, **2013**, С. 352-369.
- [13] E.I. Zelmanov, A class of local translation-invariant Lie algebras, Dokl. Akad. Nauk SSSR, V. 292, **1987**, no. 6, P. 1294--1297.
- [14] A.S. Dzhumadil'daev, Algebras with %skew-symmetric identity of degree, J. Math.Sciences (Springer).
- [15] M. Bremner, Classifying varieties of anti-commutative algebras, Nova Journal of Math., Game Theory and Algebra 4 , **1996**, no. 2, P. 119-127.
- [16] F. Chapoton, M. Livernet, em Pre-Lie algebras and the rooted trees operad, Inter. Math. Res. Notices, **2001**, No.8, P.395-408.
- [17] A.S. Dzhumadil'daev, K.M. Tulenbaev, Bi-commutative algebras, Uspechi Math. Nauk, V. 58, **2003**, No.6, 149-150.
- [18] A.S. Dzhumadil'daev, C. Lofwall, Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities}, Homol. Homot. Appl., V. 4, №2, **2002**, P. 165-190.
- [19] A.S. Dzhumadil'daev, Codimensions growth and non-Koszulity of Novikov operad, Comm. Algebra, **2010**.
- [20] W.Fulton., Young tableaux with applications to representation theory and geometry, Cambridge University Press **1997**.
- [21] V. A. Ginzburg and M. M. Kapranov, Koszul duality for operads, Duke Math. J. 76, **1994**, P. 203-272.

К.М. Туленбаев, Ж.Н. Шаймарданова, Б. Габдуллин

Сулейман Демирель атындығы Университет, Алматы, Қазақстан

КОММУТАТИВТИ АЛГЕБРАНЫҢ (α, β) ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ҚҰРАМЫ

Аннотация. Бұл мақалада (α, β) бикоммутативты алгебраның бос және көпсызықты бөлігі есептелген.

Ассоциативностілік мен нильпотентностілік A^2 дәлелделген. Қазіргі заманғы алгебра маңызды проблемалардың бірі еркін зерттеу болып табылады. Кейбір қанағаттандыратын тождествам алгебра.

базалық элементтерін салу, характер ретпен анықтау туралы, полилинейное бөлігін салу және өсу өлшемдерін немесе асимптотику табу осы бөліктері болып табылады мәселе. Ассоциативті алгебра қарау сорттарын осы тұрғыдан алғанда, ассоциативті және коммутативті алгебраның және сорттарын сорттары Ли алгебрасының жақсы зерттелген. Мысалы, тегін ассоциативті коммутативті алгебра шелі алгебра болып табылады. Қосылымдар туралы біртекті полиномы және симметриялық полиномы көптеген пайдаланылады математика және физика филиалдары.

Еркін ассоциативті алгебра болып табылатын тензор алгебрасы, оның полисызықты бөлігі тұрақты изоморфна симметриялық топ модуль. Басқа да көптеген қызықты класстары бар еркін алгебра қандай да проблемалар үшін алгебра ретінде қалдықтары болып табылатын күрделі міндет. Мысалы, өте аз еркін туралы белгілі типті еркін туралы баламалы алгебра, еркін Малкев алгебра, коммутативті алгебра.

Коммутативті болуы $com = t_1 t_2 + t_2 t_1$, $acom = t_1 t_2 - t_2 t_1$, берсін және қарсы коммутативті полиномы және $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2 t_3) - (t_1 t_2)t_3$ болуы ассоциаторное немесе полиномиалдық қауымдастық. Алгебра сәйкестілікпен $com = 0$ қарсы коммутативті деп аталады. Коммутативті алгебра $acom = 0$ және $ass = 0$ ассоциативті алгебра сәйкестілікпен айқындалады .

Айтылғандай барлық дерлік ассоциативті жағдайда еркін алгебра белгілі. Еркін коммутативті немесе анти-коммутативті алгебра аз зерттелген.

Соңғы рет мынадай жалпылау танымал болды коммутативности және қауымдастық сәйкестілік

$$lcom = t_1(t_2 t_3) - t_2(t_1 t_3) \text{ (сол-коммутативті),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (оң-симметриялық).}$$

Сол сияқты бір емес коммутативті емес ассоциативті полиномы анықтайды

$$rcom = (t_1 t_2)t_3 - (t_1 t_3)t_2 \text{ (оң-коммутативті),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (сол-симметриялық).}$$

Алгебра $lsym = 0$, $rsym = 0$ сәйкестігімен ассиметриялық деп аталады . Оң жақ еркін түймешігімен коммутативті алгебраның және оң-симметриялы негіздерін алгебра терең ағаштар тұрғысынан сипаттауға болады. Оң -симметриялы алгебра және оң-коммутативті алгебрасының бірізділік характері тең. Алгебра $lcom = 0$ және $rsym = 0$ сәйкестілігімен Новиков деп аталады . Жас диаграммалар лексикографиялық тәртібі осындай негізінде бұйрық шақырады еркін Новиков алгебра. Осы бұйрық сүзу және жіктеу шақырымен еркін Новиков алгебра. Бикоммутативті алгебраның арасындағы байланыс және еркін Новиков алгебраларының сүзу және бағалау бізге мотивациясын береді бикоммутативті алгебра зерттеу.

Алгебра $lsym = 0$, $rsym = 0$ сәйкестігімен бикоммутативті деп аталады .

Гомологикалық алгебраның негізгі ұғымдар кешендер, шекаралық бейнелеу және циклар болып табылады. Егер біз Q генераторлар еркін алгебра қарайды және талап болса солға қарай көбейту біз $\beta = -1$ бикоммутативті сәйкестігіне ие болады шекара картографиялық болып табылады. Оң жақтан көбею кезінде $\alpha = -1$ бикоммутативті сәйкестікке ие болады.

Түйін сөздер: бос бөлік, полиномиальді бөлік, коммутативті алгебра, коммутиттендіретін алгебра.

УДК 512.81

К.М. Туленбаев, Ж.Н. Шаймарданова, Б. Габдуллин

Университет им. Сулеймана Демиреля, Алматы, Казахстан

СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА (α, β) – КОММУТАТИВНЫХ АЛГЕБР

Аннотация. В данной статье вычислены полилинейная и свободные части (α, β) - Бикоммутативных алгебр. Доказана ассоциативность и нильпотентность A^2 . Одной из важных проблем современной алгебры является изучение свободной алгебры, удовлетворяющие некоторые тождества. Построение базовых элементов, нахождение последовательности характера, построения полилинейной части и нахождения размер или асимптотических рост являются частями этой проблемы. На этой точке зрения многообразий ассоциативных алгебр, разновидностей ассоциативной и коммутативной алгебры и многообразия алгебры Ли хорошо изучены. Например, свободная ассоциативная коммутативные алгебры полиномиальные

алгебры. Соединения однородных многочлен и симметричных полином используются во многих ветви математики и физики.

Свободная ассоциативная алгебра является тензорная алгебра, ее полилинейная часть изоморфна регулярным модуль симметрической группы. Есть много других интересных классов алгебр для того, что проблемы на свободных алгебр остается как сложная задача. Например, очень мало известно о свободном альтернативные алгебры, свободные алгебры Мальцева, даже свободные коммутативные алгебры.

Пусть $com = t_1 t_2 + t_2 t_1$, $acom = t_1 t_2 - t_2 t_1$, коммутативными и анти-коммутативных многочленов $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2 t_3) - (t_1 t_2)t_3$ ассоциатор быть или ассоциативный полином. Алгебра с единицей $com = 0$ называется анти-коммутативной. Коммутативные алгебры определяются тождеством $acom = 0$ и ассоциативной алгебры $ass = 0$.

Как мы уже упоминали почти все известно свободных алгебр в ассоциативном случае. Свободно коммутативные или анти-коммутативные алгебры менее понятны.

Последний раз стали популярными следующие обобщения коммутативности и ассоциативности тождества

$$lcom = t_1(t_2 t_3) - t_2(t_1 t_3) \text{ (левая-коммутативная),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (правая-симметричная).}$$

Аналогично определяется некоммутативную неассоциативную полиномы

$$rcom = (t_1 t_2)t_3 - (t_1 t_3)t_2 \text{ (правая-коммутативная),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (левая-симметричная).}$$

Алгебра с идентичностей $lsym = 0$, $rsym = 0$ называется асимметричным. Основы свободных правых коммутативной алгебры и правого симметричных алгебры могут быть описаны в терминах корневых деревьев. Последовательности характера правого симметричных алгебр и правой коммутативных алгебр равны.

Алгебра с идентичностей $lcom = 0$ и $rcom = 0$ называется Новиков.

Лексикографический порядок диаграмм Юнга индуцирует порядок на таком основании свободные алгебры Новикова. Этот порядок индуцирует фильтрацию и сортировку в свободные алгебры Новикова. Связь между бикоммутативные алгебры и фильтрация и классификация свободных алгебр Новикова дает нам мотивацию изучить бикоммутативные алгебры.

Алгебра с идентичностей $lcom = 0$, $rcom = 0$ называется бикоммутативным.

Основные понятия гомологической алгебры являются комплексы, граничные отображения и циклы. Если мы будем рассматривать свободную алгебру на квантовом генераторов и требуют, чтобы умножение слева границей отображение мы будем иметь $\beta = -1$ для бикоммутативной идентичности.

Для случая умножения справа мы будем иметь $\alpha = -1$ в течение бикоммутативной идентичности.

Ключевые слова и фразы: свободная часть, полиномиальная часть, коммутативные, коммутирующие алгебры.

CONTENT

<i>Baytanaev O.A.</i> Phenomenon of natural foci of zoonotic infections: a new hypothesis.....	5
<i>Turgumbayeva A.A., Rakhimov K.D., Ustenova G.O.</i> Antimicrobial and other medicinal properties of safflower (<i>carthamus tinctorius l.</i>)	10
<i>Abizhov M.M.</i> The beginning of cooperation between the countries of Russia and China.....	15
<i>Nursapa A.T.</i> Implementation of new economic policy: investment for bussinessmen	21
<i>Kudaikulov A.A., Josserand C., Kaltayev A.</i> Numerical investigation of fingering pattern formation during the flow of two immiscible fluids in a channel.....	26
<i>Rakhimbayeva A.A.</i> On the existing problems and perspectives of the eurasian economic union.....	31
<i>Sarsengeldin M., Kassabek S., Sagidolla B.</i> Exact and approximatesolutions of two phase inverse stefan problem.....	37
<i>Tulenbaev K.M., Shaimardanova Zh.N., Ghabdullin B.</i> Structure properties of (α, β) – bicommutative algebras.....	49

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.reports-science.kz/index.php/ru/>

Редакторы *М. С. Ахметова, Д. С. Аленов, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 20.07.2016.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11 п.л. Тираж 2000. Заказ 4.